Конспект урока по алгебре и началам анализа в 11-м классе по теме

«Теория вероятностей и комбинаторика в заданиях ЕГЭ. Теорема Бернулли»

Тип урока: изучение нового материала.

Формы работы: фронтальная, индивидуальная.

Оборудование: компьютер, презентация, интерактивная доска.

Цели урока:

- Обобщить пройденный материал по основам теории вероятностей, комбинаторики и математической статистики.
- Познакомиться со схемой Бернулли и отработка ее применения при решении задач.

ХОД УРОКА

I. Организационный момент

-Здравствуйте, садитесь!

-Хотелось бы начать сегодняшний урок со слов Швейцарского математика Якоба Бернулли.

-Как вы понимаете эти слова?

В нашу жизнь властно вошли выборы и референдумы, банковские кредиты и страховые полисы, таблицы занятости и диаграммы социологических опросов и даже в газете читаем: вероятность долговременного прогноза погоды на неделю - 80%.

Каждый из нас не отделен от окружающего мира глухой стеной, да и в своей жизни мы ежедневно сталкиваемся с вероятностными ситуациями.

Проблема выбора наилучшего из нескольких вариантов решения, оценка степени риска и шансов на успех, представление о справедливости и несправедливости в играх и в реальных жизненных ситуациях – все это, несомненно, находится в сфере реальных интересов личности.

- Согласны ребята с этим словами?

Совсем недавно в Финляндии прошел чемпионат мира по биатлону. Спортсмены производили ряд выстрелов по мишеням, и нас, как правило, интересовал не результат каждого отдельного выстрела, а общее число попаданий. При этом результаты предыдущих опытов никак не сказывались на последующих.

Задача

- Биатлонист проводит 5 выстрелов по мишени с вероятностью попадания каждого 0,5. Какова вероятность того, что будет ровно 4 попадания?

II. Актуализация знаний

-Как вы догадались тема нашего сегодняшнего урока.

Тема урока:
«Теория вероятностей и комбинаторика в заданиях ЕГЭ. Теорема Бернулли»

-Какие мы цели себе ставим на этот урок?

Цели урока:

- Обобщить пройденный материал по основам теории вероятностей, комбинаторики и математической статистики.
- Познакомиться со схемой Бернулли и отработка ее применения при решении задач.

• Справочный материал

Классическое определение вероятности

Вероятностью события A ***называется отношение числа благоприятных для него исходов испытания к числу всех равновозможных исходов.***

$$P(A)=\frac{m}{n},\quad P(A)=\frac{m}{n},\quad P(A)=\frac{m}{n},\quad P(A)=\frac{m}{n},\quad P(A)=\frac{m}{n},$$
$$P(A)=\frac{m}{n},\quad P(A)=\frac{m}{n},\quad P(A)=\frac{m}{n},\quad P(A)=\frac{m}{n},\quad P(A)=\frac{m}{n},$$
$$P(A)=\frac{m}{n},\quad P(A)=\frac{m}{n},\quad P(A)=\frac{m}{n},\quad P(A)=\frac{m}{n},\quad P(A)=\frac{m}{n},$$

где m ***- число исходов, благоприятствующих осуществлению события,***

а n ***- число всех возможных исходов.***

•Решение задач по формуле вероятности

1. *Папа, мама, сын и дочка бросили жребий – кому мыть посуду. Найдите вероятность того, что посуду будет мыть мама.*

Ответ:

Решение

n = 4 – число всех элементарных исходов;

m = 1 – число благоприятных исходов (жребий выпал на маму).

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{1}{4}=\ 0{,}25$$

Ответ: 0,25

2. *В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 9 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.*

Ответ:

Решение

n = 1000 – число всех возможных исходов (всего насосов);

m = 1000 – 9 = 991 – число благоприятных исходов (насос не подтекает).

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{991}{1000}=\ 0{,}991$$

Ответ: 0,991

3. *В сборнике билетов по биологии всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по ботанике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по ботанике.*

Ответ:

Решение

n = 55 – число всех возможных исходов;

m = 11 – число благоприятных исходов (вопрос по ботанике).

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{11}{55}=\ 0{,}2$$

Ответ: 0,2

4. *Перед началом первого тура чемпионата по Бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?*

Ответ:

Решение

n = 26 – 1 = 25 – число всех возможных исходов (число соперников);

m = 10 – 1 = 9 – число благоприятных исходов (число соперников-россиян);

Сам с собой он играть не будет!

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{9}{25}=\ 0{,}36$$

Ответ: 0,36

III. Изучение нового материала

Задача

Биатлонист проводит 5 выстрелов по мишени с вероятностью попадания каждого 0,5. Какова вероятность того, что будет ровно 4 попадания?

Формула Бернулли – формула вероятности k успехов в серии из n испытаний

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k},$$

где C_n^k ***– число сочетаний,***
p – вероятность успеха,
q = 1 – p – вероятность неудачи.

***Пример* 1.**

Монета бросается 6 раз. Какова вероятность выпадения герба 0, 1, …6 раз?

Решение. Число опытов n=6. Событие A – «успех» – выпадение герба. Тогда $p=\frac{1}{2}, q=\frac{1}{2}$.

$$P_6(0)=\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{1}{64};$$

$$P_6(1)=C_6^1\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{6}{64};$$

$$P_6(2)=C_6^2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{15}{64};$$

$$P_6(3)=C_6^3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{20}{64};$$

$$P_6(4)=C_6^4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{15}{64};$$

$$P_6(5)=C_6^5\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{6}{64};$$

$$P_6(6)=\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{1}{64}$$

Очевидно, что наиболее вероятное число выпадений герба равно трём. Но далеко не каждый раз при шести бросаниях монеты герб выпадет ровно три раза! Вероятность $\frac{20}{64}$ говорит о том, что это будет происходить меньше, чем в трети случаях.

Пример 2.
Монета бросается 10 раз. Какова вероятность двукратного появления герба?

Решение. Число опытов n=10, m= 2. Событие A – «успех» – выпадение герба. Тогда $p=\frac{1}{2}, q=\frac{1}{2}$.

$$\mathrm{P}_{10}(2)=C_{10}^{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{8}=\frac{10\cdot 9}{1\cdot 2}\left(\frac{1}{2}\right)^{10}=\frac{45}{1024}\approx 0,04395.$$

Ответ: 0,04395.

IV. Закрепление знаний. Решение задач.

Объясните, почему следующие вопросы укладываются в схему Бернулли. Укажите, в чем состоит «успех» и чему равны n и k.

а) Какова вероятность трехкратного выпадения «двойки» при десяти бросаниях игрального кубика?
б) Какова вероятность того, что при ста бросаниях монеты «орел» появится 73 раза?

-Решение задач комбинаторики на сайте «Решу ЕГЭ»

V.Домашнее задание

В следующих испытаниях найдите вероятности «успеха» и «неудачи».

а) Бросают пару различных монет. «Неудача» - выпадение двух «орлов».

б) Бросают игральный кубик. «Успех» - выпадение числа, кратного трем.

в) Бросают пару различных кубиков. «Неудача» - выпадение двух четных чисел.

г) Из 36 игральных карт берут 5. «Успех» - среди них нет дамы пик.

Решение.

а) Общее число исходов эксперимента n=2·2=4; вероятность «неудачи» $P(\bar{A})=\frac{1}{4}$; вероятность «успеха» $P(A)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$.

б) n=6; исходы, благоприятствующие «успеху» - выпадение 3 и 6 очков; $m_A=2$; вероятность «успеха» $P(A)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$; вероятность «неудачи» $P(\bar{A})=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$.

в) n=6·6=36; количество исходов, благоприятствующих «неудаче», $m_A=3\cdot 3=9$ (на каждом кубике 3 четные числа); вероятность «неудачи» $P(\bar{A})=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$; вероятность «успеха» $P(A)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$.

г) $n=C_{36}^5$=376992; количество исходов, благоприятствующих «успеху», равно $m_A=C_{35}^5$ (выбираем карту из колоды без дамы пик);

вероятность «успеха» $P(A)=\frac{C_{35}^5}{C_{36}^5}=\frac{35\cdot 34\cdot 33\cdot 32\cdot 31}{36\cdot 35\cdot 34\cdot 33\cdot 32}=\frac{31}{36}$,

вероятность «неудачи» $P(\bar{A})=1-\frac{31}{36}=\frac{5}{36}$.

VI. Подведение итогов

Какие ключевые слова урока можно выделить?

Чему новому научились?

V11. Рефлексия. На этапе рефлексии учащимся предлагается составить синквейн и в поэтической форме выразить свое отношение к изученном материалу.

Справка: СИНКВЕЙН – приём технологии развития критического мышления, на стадии рефлексии.

Это короткое литературное произведение, характеризующее предмет (тему), состоящее из пяти строк, которое пишется по определённому плану. Слово «синквейн» происходит от французского слова «пять».

ПРАВИЛА НАПИСАНИЯ СИНКВЕЙНА

1 строчка – одно слово – название стихотворения, тема, обычно существительное.

2 строчка – два слова (прилагательные или причастия). Описание темы, слова можно соединять союзами и предлогами.

3 строчка – три слова (глаголы). Действия, относящиеся к теме.

4 строчка – четыре слова – предложение. Фраза, которая показывает отношение автора к теме в 1-ой строчке.

5 строчка – одно слово – ассоциация, синоним, который повторяет суть темы в 1-ой строчке, обычно существительное.

-Спасибо за урок! До свидания!